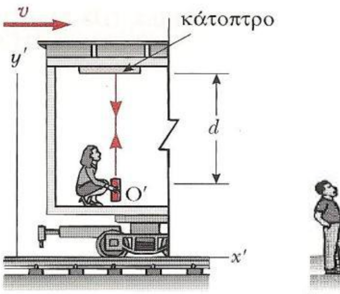
ΔΙΑΣΤΟΛΗ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ

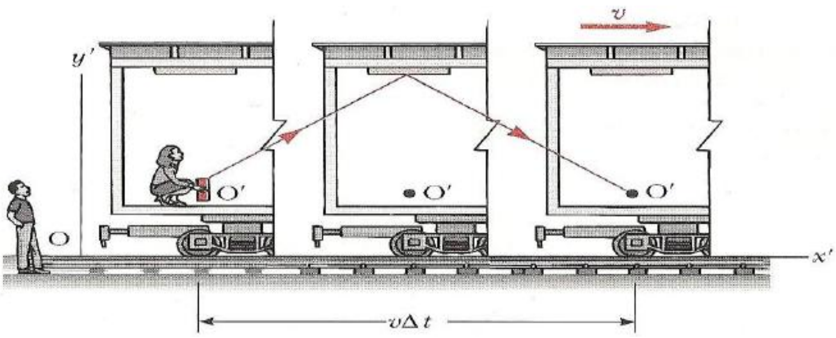
Μία άμεση συνέπεια της ***Ειδικής Θεωρίας της Σχετικότητας***[1] είναι η ***διαστολή του χρόνου*** σύμφωνα με την οποία:

για έναν ακίνητο παρατηρητή, ένα κινούμενο ρολόι είναι πιο αργό κατά έναν συντελεστή γ^{-1} από ένα ολόιδιο ακίνητο ρολόι

όπου: $\boldsymbol{\gamma = (1 - u^2/c^2)^{-1/2}}$

Προκειμένω να αποδείξουμε την παραπάνω πρόταση θα θεωρήσουμε ένα όχημα κινούμενο προς τα δεξιά με ταχύτητα u, όπως δείχνει το Σχήμα 1.





Σχήμα 1: Παρατηρητής εντός του κινουμένου οχήματος

Σχήμα 2: Ο παρατηρητής εκτός του κινουμένου οχήματος, βλέπει ότι ο παλμός διανύει μεγαλύτερη από 2d απόσταση.

Στην οροφή του οχήματος είναι στερεωμένο ένα κάτοπτρο και ένας παρατηρητής στο Ο΄, που βρίσκεται σε ακινησία ως προς το όχημα, κρατάει μία λυχνία φωτεινών παλμών σε απόσταση d από το κάτοπτρο.
Σε κάποια στιγμή η λυχνία εκπέμπει έναν φωτεινό παλμό.
Επειδή ο φωτεινός παλμός έχει ταχύτητα c, ο χρόνος που απαιτείται ώστε να μεταβεί από τη λυχνία στο κάτοπτρο και να επιστρέψει στη λυχνία δίδεται από τη σχέση:

$$\Delta t' = 2d/c \qquad (1)$$

(Δt΄ είναι ο χρόνος που μετρήθηκε από τον παρατηρητή στο σύστημα αναφοράς του κινούμενου οχήματος)

Αν ένας δεύτερος παρατηρητής βρίσκεται στο σημείο Ο ενός ακίνητου συστήματος αναφοράς(έξω από το όχημα), ας δούμε το σύνολο των συμβάντων όπως παρατηρούνται από αυτόν. (Σχήμα 2)

Σύμφωνα λοιπόν με τον παρατηρητή στο Ο, η λυχνία και το κάτοπτρο κινούνται με ταχύτητα u προς τα δεξιά.

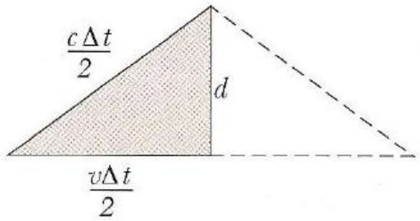
---

[1] Η **Ειδική θεωρία της Σχετικότητος** ή **Αρχή της Σχετικότητος** όπως είναι γνωστή, θεμελιώθηκε το έτος **1905** από τον ***Albert Einstein*** και άλλαξε ριζικά την αντίληψή μας για τον κόσμο.
Η θεωρία αυτή μπορεί να περιγραφεί στα δύο παρακάτω Αξιώματα:
α. Όλοι οι νόμοι της φυσικής είναι ίδιοι σε όλα τα αδρανειακά συστήματα αναφοράς *(αδρανειακό είναι σύστημα στο οποίο ένα ελεύθερο σώμα δεν παρουσιάζει επιτάχυνση)*
β. Η ταχύτητα του φωτός στο κενό έχει την ίδια τιμή, c=300.000 km/sec, σε όλα τα αδρανειακά συστήματα αναφοράς

Ο παλμός θα φύγει από τη λυχνία θα προσπέσει στο κάτοπτρο και ακολούθως θα επιστρέψει στη λυχνία.
Ο ακίνητος παρατηρητής όμως, (από το σημείο Ο), συμπεραίνει ότι ο παλμός φεύγει από τη λυχνία υπό γωνία ως προς την κατακόρυφη διεύθυνση, προσπίπτει στο κάτοπτρο διαγράφοντας απόσταση *c.Δt/2, μεγαλύτερη από την d*, (βλέπε τρίγωνο σχήματος 3) και μετά ξανά υπό γωνία φεύγει από το κάτοπτρο και επιστρέφει στη λυχνία διαγράφοντας πάλι απόσταση *c.Δt/2.* Όπου Δt ο χρόνος που απαιτείται για να φύγει ο παλμός από τη λυχνία να προσπέσει στο κάτοπτρο και να επιστρέψει στη λυχνία, *όπως τον αντιλαμβάνεται ο ακίνητος παρατηρητής.*
Συγκρίνοντας τα σχήματα 1 και 2, παρατηρούμε ότι το φως θα πρέπει να διανύσει **μεγαλύτερη απόσταση** στο σύστημα του ακίνητου (Ο) από ότι σ' αυτό του κινούμενου παρατηρητή (Ο΄)

Αφού, σύμφωνα με την Αρχή της Σχετικότητος, η ταχύτητα του φωτός θα πρέπει να είναι c και για τους δύο παρατηρητές, προκύπτει ότι το χρονικό διάστημα Δt που μετράται από τον παρατηρητή στο ακίνητο σύστημα είναι μεγαλύτερο από το Δt΄ που μετράται από αυτόν στο κινούμενο σύστημα αναφοράς.
Τη σχέση μεταξύ των Δt και Δt΄ τη βρίσκουμε επιλύοντας το ορθογώνιο τρίγωνο του σχήματος 3, εφαρμόζοντας το πυθαγόρειο θεώρημα.
Είναι:

$$\left(\frac{c.\Delta t}{2}\right)^2 = \left(\frac{u.\Delta t}{2}\right)^2 + d^2$$



ισοδύναμα

$$\frac{c^2.\Delta t^2}{4} - \frac{u^2.\Delta t^2}{4} = d^2$$

Σχήμα 3: Ορθογώνιο τρίγωνο για τον υπολογισμό της σχέσεως μεταξύ Δt και Δt΄. Είναι φανερό ότι c.Δt/2 > d. Το μεγάλο τρίγωνο αποτελεί (οι 2 του πλευρές) την τροχιά του παλμού όπως θα την έβλεπε ο ακίνητος παρατηρητής Ο.

και

$$\frac{c^2 - u^2}{4}.\Delta t^2 = d^2$$

Λύνοντας την εξίσωση ως προς Δt παίρνουμε διαδοχικά:

$$\Delta t^2 = \frac{4}{c^2 - u^2}.d^2$$

και

$$\Delta t = \sqrt{\frac{4}{c^2 - u^2}}.d^2$$

και

$$\Delta t = \frac{2d}{\sqrt{c^2 - u^2}}$$

Βγάζοντας το c^2 εκτός ρίζας παίρνουμε:

$$\Delta t = \frac{2d}{c.\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

Επειδή όμως από την εξίσωση (1) είναι: $\Delta t' = 2d/c$, παίρνουμε:

$$\boxed{\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}} \quad \text{ή} \quad \mathbf{\Delta t = \gamma . \Delta t'}$$

και επειδή είναι

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} > 1$$

το αποτέλεσμα αυτό δηλώνει ότι το χρονικό διάστημα που μετράται από τον παρατηρητή στο ακίνητο σύστημα είναι μεγαλύτερο από εκείνο που μετράται από τον παρατηρητή στο κινούμενο σύστημα αναφοράς.**(διαστολή χρόνου)**

<u>ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ</u>

1. Το χρονικό διάστημα $\Delta t'$ ονομάζεται ***ιδιοχρόνος*** και είναι ο χρόνος που μετράται από έναν παρατηρητή που κινείται μαζί με το ρολόι.

2. Είδαμε λοιπόν ότι τα κινούμενα ρολόγια λειτουργούν πιο αργά κατά έναν συντελεστή $\boldsymbol{\gamma^{-1}}$. Αυτό εκτός από τα συνήθη μηχανικά, ισχύει και στα παντός είδους ρολόγια. Έτσι ενώ οι δείκτες ενός ακινήτου ρολογιού γράφουν γωνία $\boldsymbol{\varphi}$, οι δείκτες ενός όμοιου κινούμενου όμως με ταχύτητα u ρολογιού θα γράφουν μικρότερη γωνία $\boldsymbol{\varphi . \gamma^{-1}}$. Ομοίως ενώ σε ακίνητο σύστημα αναφοράς ένα εκκρεμές κάνει ***n*** αιωρήσεις και σ' ένα αμμορολόι τρέχουν ***m*** γραμμάρια άμμου, σε κινούμενο σύστημα αναφοράς, ένα όμοιο εκκρεμές θα εκτελεί $\boldsymbol{n . \gamma^{-1}}$ (λιγότερες) αιωρήσεις και στο αμμορολόι θα τρέξουν $\boldsymbol{m . \gamma^{-1}}$ γραμμάρια άμμου. Το πόσο πιο αργά λειτουργούν τα κινούμενα ρολόγια εξαρτάται μόνο από την ταχύτητα u με την οποία κινείται το σύστημα αναφοράς στο οποίο βρίσκονται.

3. Το αποτέλεσμα αυτό της διαστολής του χρόνου μπορεί να γενικευτεί σε όλες τις ***φυσικές, χημικές*** και ***βιολογικές διεργασίες***, οι οποίες επιβραδύνονται όταν βρίσκονται πάνω σε κινούμενα συστήματα αναφοράς.
Έτσι αν η καρδιά ενός ατόμου, που αναπαύεται σε μία πολυθρόνα, χτυπάει με ***70*** παλμούς το λεπτό, το ίδιο άτομο αν μεταφερθεί (μαζί με την πολυθρόνα) σε ένα βαγόνι τραίνου που κινείται με ταχύτητα u, θα έχει μικρότερο σφυγμό δηλαδή $\boldsymbol{70 . \gamma^{-1}}$ παλμούς ανά λεπτό. Και αφού η ίδια καθυστέρηση παρατηρείται σε όλη τη *μεταβολική διαδικασία* όταν ο άνθρωπος βρίσκεται στο κινούμενο σύστημα αναφοράς, μπορούμε να πούμε ότι στην περίπτωση αυτή ο άνθρωπος ***γερνάει λιγότερο*** από έναν άλλο που μένει ακίνητος[2].

---

[2] *Η διαφορές είναι πολύ μικρές, διότι η ταχύτητα του συστήματος αναφοράς είναι πολύ μικρή σε σχέση με την ταχύτητα του φωτός και γι' αυτό δεν είναι παρατηρήσιμες. Αυτό όμως αλλάζει όταν η ταχύτητα του συστήματος αναφοράς γίνεται συγκρίσιμη με την ταχύτητα c, και τα αποτελέσματα είναι πια παρατηρήσιμα.*

Το παράδοξο των διδύμων

Μια ενδιαφέρουσα συνέπεια της διαστολής του χρόνου είναι το παράδοξο των διδύμων.
Αυτό βασίζεται σε ένα θεωρητικό πείραμα το οποίο αφορά δύο 25χρονους δίδυμους αδελφούς Γρηγόρη και Σταμάτη.

Ο Γρηγόρης, που είναι και ο πιο ριψοκίνδυνος από τους δύο αδελφούς, ξεκινά για ένα ταξίδι-πρόκληση με προορισμό έναν αστέρα που απέχει 30 έτη φωτός από τη Γη. Επιβιβάζεται σ' ένα διαστημόπλοιο, το οποίο έχει τη δυνατότητα να κινείται με σχετικιστικές ταχύτητες που προσεγγίζουν την ταχύτητα του φωτός. (έστω ότι η ταχύτητά του είναι σταθερή, με τιμή u=0.99c)
Όταν φθάνει στον αστέρα έχουν περάσει ήδη 30 περίπου χρόνια[3] και αυτό που βλέπει από το διαστημόπλοιό του τον κάνει να αναρωτηθεί αν άξιζε να σπαταλήσει τόσα χρόνια, αφού ο αστέρας δε φιλοξενεί καθόλου πλανήτες και αποφασίζει να επιστρέψει στη μητέρα Γη. Κατά το ταξίδι της επιστροφής το διαστημόπλοιο του Γρηγόρη αναπτύσσει πάλι ίδιες ταχύτητες και σε 30 έτη είναι πίσω στον όμορφο γαλάζιο πλανήτη μας[3].
Τα πράγματα όμως εδώ έχουν αλλάξει. Έχουν περάσει 60 χρόνια από τη μέρα που ο Γρηγόρης έφυγε για το «εξωτικό» του ταξίδι και όλα είναι πια διαφορετικά απ' ότι τα άφησε φεύγοντας. Οι πόλεις του θυμίζουν ταινίες επιστημονικής φαντασίας, τα αυτοκίνητα, τα κτήρια, η μόδα, όλα έχουν οσμή από το μέλλον για τον Γρηγόρη που έχασε αυτές τις εξελίξεις, αφού έλειπε για αναζήτηση άλλων κόσμων. Θα αντικρίσει τέλος τον αδελφό του Σταμάτη γερασμένο με άσπρα μαλλιά και μπαστουνάκι, και ρυτίδες να καλύπτουν το ογδονταπεντάχρονο πρόσωπό του.
Η μεγάλη έκπληξη όμως, είναι αυτή που περιμένει τον Σταμάτη, όταν αυτός θα δει μπροστά του τον αδελφό του νέο, χωρίς να έχει περάσει ο χρόνος από πάνω του!
Ο Γρηγόρης πράγματι δείχνει μόνο κατά 10 περίπου χρόνια μεγαλύτερος από την ημέρα που ξεκίνησε, σαν να έγινε κάποιο θαύμα κατά τη διάρκεια του ταξιδιού του…
Τι έγινε στο ταξίδι του Γρηγόρη και παρέμεινε νέος;
Ας δούμε λίγα απλά μαθηματικά. Ας υπολογίσουμε τον χρόνο Δt΄ όπως αυτός κύλισε στο ρολόι του Γρηγόρη ο οποίος κινούνταν με ταχύτητα u=0.99c.

Στη σχέση $\Delta t = \dfrac{\Delta t'}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}$ αντικαθιστούμε την τιμή της ταχύτητας u=0.99c

και λύνοντας ως προς Δt΄ παίρνουμε:

$$\Delta t' = \Delta t.\sqrt{1-\frac{(0{,}99c)^2}{c^2}}$$

---

[3] *Το ταξίδι του Γρηγόρη μέχρι τον αστέρα θα διαρκέσει 30 χρόνια διότι η απόστασή του από τη Γη είναι 30 έτη φωτός και αφού το διαστημόπλοιό του έτρεχε με ταχύτητα u=0.99c (σχεδόν με την ταχύτητα του φωτός) θα είναι t_1= s/u=30 ε.φ/0,99c ⇔ $t_1 \approx 30$ έτη. Το ίδιο θα διαρκέσει και το ταξίδι της επιστροφής του.*

και κάνοντας τις πράξεις:

$$\Delta t' = \Delta t.\sqrt{1-\frac{0,99^2.c^2}{c^2}}$$

και: $\Delta t' = \Delta t\sqrt{1-0,99^2} \iff \Delta t' = \Delta t\sqrt{1-0,9801} \iff$

$$\Delta t' = 0,141067.\Delta t$$

όμως Δt = 60 έτη, είναι ο χρόνος στο σύστημα αναφοράς της Γης (ακίνητο σύστημα) και είναι ο χρόνος όπως πέρασε για τον Σταμάτη και όλους τους γήινους στο ακίνητο (θεωρητικά, για τις ανάγκες του πειράματος) σύστημα του πλανήτη μας.
Επομένως αντικαθιστώντας την τιμή του Δt παίρνουμε:

Δt΄ = 0,141067 . 60 έτη = 8,46 έτη

έτσι ο χρόνος που πέρασε για τον ταξιδευτή Γρηγόρη ήταν Δt΄ = 8,46 έτη αφού το ρολόι του, αλλά και όλες του οι βιολογικές λειτουργίες ***επιβραδύνθηκαν*** σύμφωνα με την αρχή της σχετικότητας.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

1. Το πείραμα έχει κάποια «κενά» σχετικά με τη θεωρία, αφού ο διαστημικός ταξιδιώτης Γρηγόρης έχει υποστεί τις συνέπειες μιας σειράς επιταχύνσεων μέχρι το διαστημόπλοιό του να αναπτύξει την ταχύτητα c, καθώς και μιας σειράς επιβραδύνσεων όταν το ταξίδι φθάνει κάθε φορά στο τέλος του, ώστε το σκάφος να σταματήσει. Έτσι το σύστημα **δεν είναι *αδρανειακό*** και επομένως δεν ισχύουν οι προβλέψεις της ειδικής σχετικότητας σ' αυτό. Ο σκοπός του όμως είναι ενδεικτικός για τα νέα στοιχεία που εισάγει η Θεωρία της Ειδικής Σχετικότητας.

2. Ας ελευθερώσουμε λίγο τη σκέψη μας και ας την αφήσουμε να αναρωτηθεί: ***ποιος πραγματικά ταξίδεψε με την ταχύτητα παραπλήσια αυτής του φωτός;*** και επομένως θα είναι εκείνος που δε γέρασε;
Όσον αφορά το σύστημα αναφοράς του Σταμάτη, αυτός βρισκόταν σε ηρεμία ενώ ο αδελφός του ταξίδευε με μεγάλη ταχύτητα.
Από την πλευρά του συστήματος αναφοράς του Γρηγόρη, εκείνος βρισκόταν σε ηρεμία, ενώ ο αδελφός του Σταμάτης με όχημά του τον πλανήτη Γη, απομακρύνονταν από αυτόν με σχεδόν την ταχύτητα του φωτός!
Ποιος λοιπόν ήταν εκείνος του οποίου ο χρόνος υπέστη διαστολή;
Όπως στην παρατήρηση 1 αναφέραμε ο Γρηγόρης δεν ταξίδευσε σε αδρανειακό σύστημα, αντιθέτως δέχθηκε κατά τη διάρκεια του ταξιδιού του την επίδραση επιταχύνσεων και επιβραδύνσεων, ενώ ο αδελφός του στη Γη βρίσκονταν σε αδρανειακό (θεωρητικά) σύστημα και μπορούσε να κάνει αξιόπιστες προβλέψεις και κυρίως ο χρόνος γι' αυτόν κύλισε με κανονικό ρυθμό (60 έτη). Επομένως ο ταξιδιώτης που θα είναι πράγματι νεώτερος θα είναι ο Γρηγόρης όταν επιστρέψει στη Γη.

Ιωάννης Χρ. Αγαπάκης